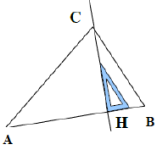


# Comment aider les élèves à construire et à structurer les notions spatiales et la géométrie à travers la résolution de problème ?

Cycles 2 et 3



C. Dauchart CPC

Circonscription de Strasbourg IV - 2015

## Sommaire

- \* Mise en contexte - généralités - éléments de didactique
- \* Quelques pistes de réflexion et analyse de situations de classe
- \* Activités de recherche

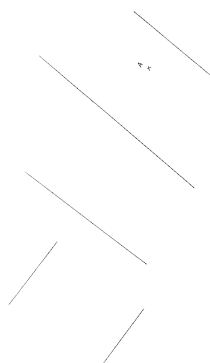
### HYPOTHESE 1.

*A l'école primaire, les activités géométriques ne sont pas seulement un « domaine » d'apprentissage mais aussi l'introduction, sur plusieurs années, d'un modèle possible du monde qui nous entoure, tout en permettant de répondre à des questions qu'on peut se poser sur ce monde.*

## Distinguer le monde sensible et le monde géométrique

- \* Espace sensible. C'est « l'espace » qui contient des objets accessibles par le biais des sens (vue, toucher), grâce à la motricité.
  - Espace géométrique. C'est le résultat d'un (important) effort de modélisation et de théorisation qui a pour fonction de rendre compte de l'espace sensible.
- \* (exemples)

- \* point
- \* droites
- \* droites parallèles
- \* droites perpendiculaires



- \* HYPOTHESE 2.
  - \* Les « **objets** » géométriques étant familiers à tout un chacun ; ce qui est important, ce ne sont pas, dans l'immédiat, les définitions et propriétés, mais les situations et les **relations** qu'entretiennent les objets géométriques entre eux (cf Rouche)
- \* (exemples)

## Les activités géométriques à l'école primaire

- \* ne visent pas des connaissances dites formelles (*par exemple : l'apprentissage immédiat de définitions ou de propriétés*)
- \* mais plutôt des connaissances dites fonctionnelles (*afin résoudre des problèmes*).
- \* « Une entrée » par les RELATIONS et non par les NOTIONS
  - \* *conceptions/représentations des élèves et des enseignants*
  - \* *manuels --> quelles références sous jacentes ?*
  - \* *exemple : droites parallèles*

- \* conceptions/représentations des élèves et des enseignants
  - \* *manuels --> quelles références sous jacentes ?*
- \* points d'appui



- \* *droites parallèles*

## \* mais aussi des points d'appui

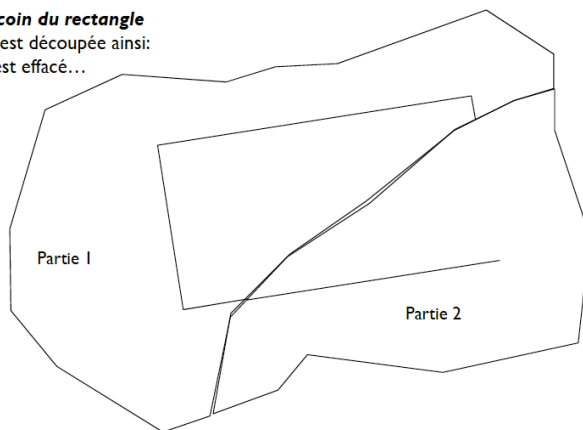
### Le concept de perpendiculaire



- ▶ Horizontal par rapport à vertical (et vice versa)
- ▶ Coin du rectangle
- ▶  $\frac{1}{4}$  de l'angle plein
- ▶ Pli sur pli (symétrie)
- ▶ Plus courte distance point droite

#### Aspect : coin du rectangle

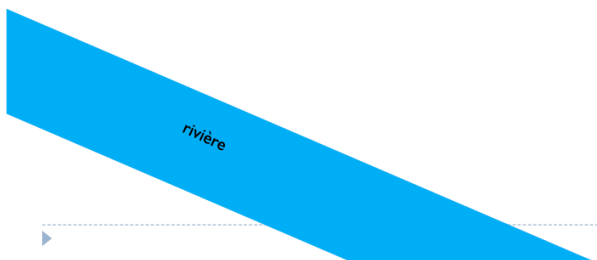
La feuille est découpée ainsi:  
Un trait est effacé...



#### Aspect : plus courte distance

+

Comment faire pour aller chercher  
de l'eau par le plus court chemin



# Résolution de problème

- \* Construire des connaissances et des compétences en géométrie en les faisant apparaître comme des outils de résolution de problème

---> situation problème

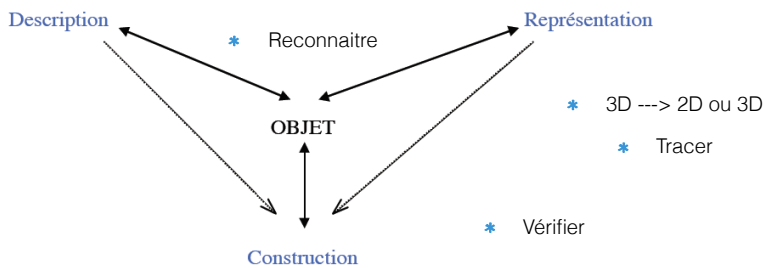
- \* Employer/acquérir du lexique géométrique en situation de communication fonctionnelle

- \* construction d'images mentales

- \* perception de relations

- \* lexique

- \* place du langage



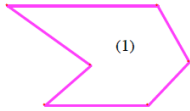
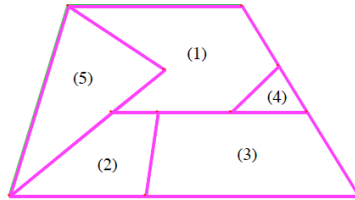
- \* choix et le maniement de certains instruments du dessin et de mesure
  - \* Entraînement régulier pour acquérir la dextérité indispensable

<u>Ecole maternelle, cycle II.</u>	<u>Fin du cycle II, cycle III.</u>	<u>Collège.</u>
« Entrée perceptive » dans « la » GEOMETRIE.	« Entrée instrumentée » dans « la » GEOMETRIE.	« Entrée déductive » dans « la » GEOMETRIE.
« Est VRAI ce que je vois ».	« Est VRAI ce qui peut se contrôler à l'aide d'instruments ».	« Est VRAI ce que je démontre ».
Boîte à outils : l'œil.	Boîte à outils : règle, compas, équerre, gabarit, ...	Boîte à outils : axiomes, définitions et théorèmes. Avec une rupture importante à ce niveau : une <b>FIGURE</b> est distinguée d'un <b>DESSIN</b>
D'après CHARNAY, PRESSIAT et PW.		

Un exemple (activité PE)

MATERIEL autorisé :

- Un crayon (*bien taillé*)
- Une règle **NON** graduée.



CONSIGNE :

A l'aide du matériel autorisé, reproduire ce PUZZLE, sachant qu'on ne dispose que de la pièce n°(1). (*Laisser les traces de construction*).

« Equipe » de MJ PERRIN-GLORIAN, IUFM, Lille

## Mobilité du regard

Maternelle

Assemblage  
de pièces

*Surfaces à manipuler,  
Découper, colorier...*

Collège

Points et lignes  
servent à décrire une  
figure

- pour la construire à l'aide  
d'instruments
- pour la caractériser et  
prouver ses propriétés  
géométrique

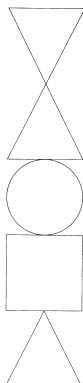
Envisager une figure selon différents points de vue

### Une relation : l'alignement

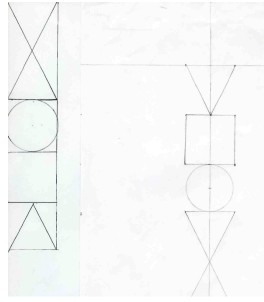
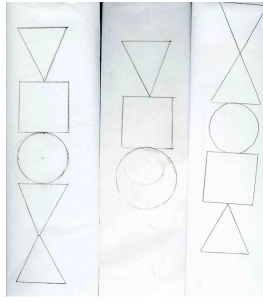
- Confrontation à des tâches de reconnaissance et de construction.
- La reconnaissance perceptive commence progressivement à faire place à la reconnaissance instrumentée qui utilise des propriétés.

## Situation 1

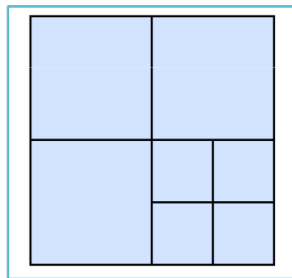
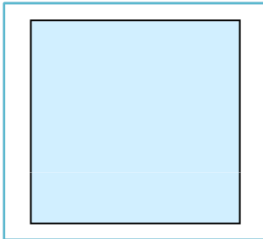
Document 2



Reproduit la figure ci-dessus à l'aide des instruments de son choix.



Consigne. Partager le CARRE ci-contre en :  
quatre carrés, huit carrés, neuf carrés,  
dix carrés, ...



Une solution, au fait, en combien ?

RECONNAISSANCE DU CARRÉ

✓ Au CP, seul A est reconnu comme un carré

✓ Au CE2, B devrait l'être aussi

✓ En 6<sup>e</sup>, C également



A



B



C

**Géométrie instrumentée ou à main levée ?**


**\* place de la symbolisation**

- Travaux de Britt Mary Barth

- Une procédure pédagogique favorisant l'acquisition d'un concept - «éclairer» une notion ou une relation/propriété»é - construire du sens
- démarche par contraste - «exemples OUI/ NON

Sources : *L'apprentissage de l'abstraction*, Britt Mary Barth, Retz  
*Elève chercheur, enseignant médiateur - Donner du sens aux savoirs*, Britt

### Structure opératoire du Concept

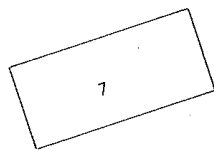
un carré	Une dénomination - étiquette
une figure fermée comportant : 4 segments de longueur égale formant 4 angles droits	des attributs - caractéristiques
	des exemples

# ex 1

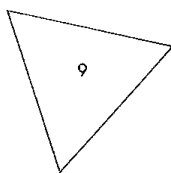
- \* **Proposer des exemples et contre exemples inducteurs afin que les élèves émettent des hypothèses et identifie une propriété commune aux figures «oui»**



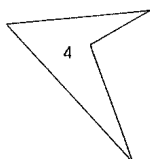
**exemple oui**



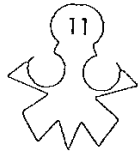
**exemple Oui**



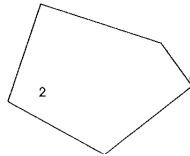
**exemple non**



## exemple oui



## exemple non



## Ex 1

### \* notion mathématique en jeu :

Axes de symétrie d'une figure plane

### ● Compétences visées

- ✘ reconnaître les éventuels axes de symétrie d'une figure plane
- ✘ classer des figures suivant qu'elles possèdent ou non un axe de symétrie

\* vérifier son hypothèse

\* la «mettre en mot»

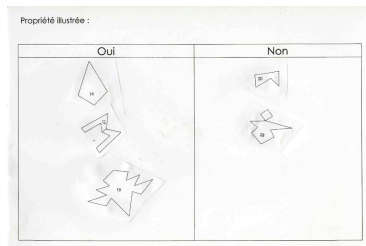
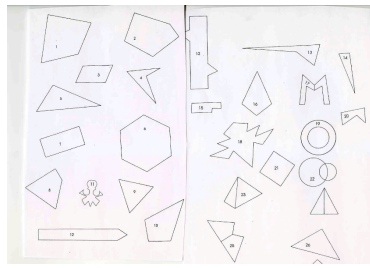
\* Trace écrite

\* inventer un exemple oui et

\* justifier sa proposition

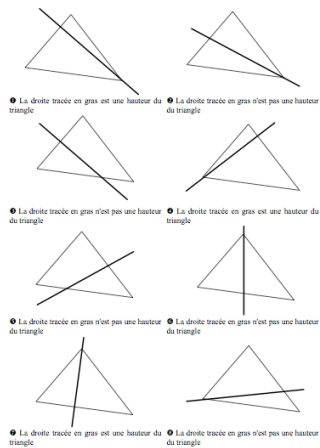
Structuration - abstraction

généralisation - évaluation



## EX 2

HAUTEUR D'UN TRIANGLE (CM2) - Fiche 1



## \* Le langage

### \* La place du langage

- Le langage mathématique : objet, outil
- La déduction : argumenter la réponse par un vocabulaire précis sur les savoirs en jeu
- La trace écrite : montrer la rencontre avec le savoir

Différents écrits

- Ecrits de recherche
- Ecrits de communication
- Ecrits de référence - institutionnels

\* Situation de communication

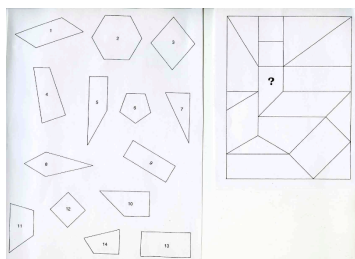
Mot plus juste, plus précis, plus rigoureux

Langage partagé

langage institutionnalisé

**Une séance de classe**

**rédigier et comprendre un message écrit  
utilisant un vocabulaire géométrique et  
spatial**



\* cf vidéo

# La géométrie mentale

d'après les travaux de Jean Luc Brégeon

Un texte descriptif ou constructif, est **donné oralement**, évoquant une figure géométrique simple

Le texte est lu deux fois lentement ; les élèves écoutent et réfléchissent.

Au signal, les élèves font un **tracé à main levée** sur une feuille ou sur leur ardoise. Durée : 1 min environ

**Echanges** sur les productions réalisées, correction des erreurs, mise au point du vocabulaire géométrique et des propriétés des figures.

## Exemples

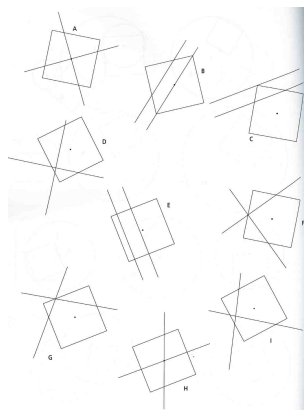
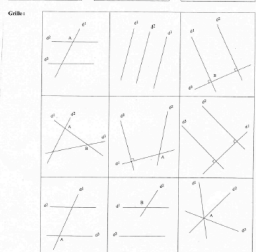
1. Tracer une ligne courbe ouverte.
2. Tracer une ligne courbe fermée.
3. La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.
4. La figure se compose d'une ligne droite et d'un point placé à l'extérieur de la ligne.
- Tracer deux lignes droites qui se coupent au point O.
9. Tracer deux droites parallèles.
11. Tracer deux droites parallèles et une autre droite qui les coupe.
12. La figure est formée d'un cercle et d'un diamètre de ce cercle.
21. Tracer un cercle de centre le point O et d'un deuxième cercle qui passe par O.
23. Cette figure est formée de trois lignes droites parallèles. Elles sont coupées par une quatrième droite qui n'est pas perpendiculaire aux trois autres.

= sur le même principe que le calcul mental - remue ménage orthographique ---> quotidien - court - régulier - réactivation

\* variante : pareil ? pas pareil ?  
cf activité MB

\* associer message et construction

$d_1$ parallèle à $d_2$ et $d_1$ et $d_2$ se coupent en A	$d_1$ parallèle à $d_2$ et $d_2$ est parallèle à $d_3$	$d_1$ parallèle à $d_2$ et $d_1$ parallèle à $d_3$
$d_1$ perpendiculaire à $d_2$ et $d_2$ perpendiculaire à $d_3$	$d_1$ est parallèle à $d_2$ et $d_1$ est perpendiculaire à $d_3$	$d_1$ et $d_2$ se coupent en A et $d_1$ et $d_3$ se coupent en B
$d_1$ parallèle à $d_2$ et A est sur $d_2$	$d_1$ et $d_2$ se coupent en A	$d_1$ parallèle à $d_2$ et $d_1$ et $d_2$ se coupent en B

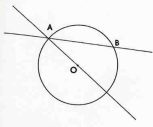


# lire et rédiger des programmes de construction

On a demandé à quatre élèves de réaliser la construction suivante :

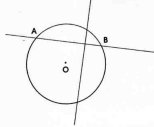
3) Trace la droite perpendiculaire à la droite (AB) qui passe par O.

Voici la construction de Farid.



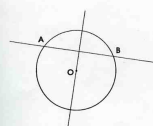
Sa construction est-elle correcte ?  
oui - non  
Explique pourquoi.

Voici la construction d'Alexandre.



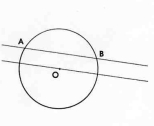
Sa construction est-elle correcte ?  
oui - non  
Explique pourquoi.

Voici la construction de Fatima.



Sa construction est-elle correcte ?  
oui - non  
Explique pourquoi.

Voici la construction de Karim.

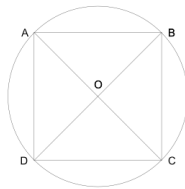


Sa construction est-elle correcte ?  
oui - non  
Explique pourquoi.

## FIGURE TELEPHONEE N°9

Observe bien la figure ci-dessous. Reproduis la sur du calque.

Rédige ensuite un message qui doit permettre à ton correspondant de construire la même figure sans la voir.



↳ Découper sur le trait avant de donner le message au facteur (la maîtresse)

MESSAGE EXPÉDITEUR : DATE : DESTINATAIRE :

Le message :	La figure :

↳ de donner le message au facteur (la maîtresse)

Le destinataire a le droit de poser deux questions (au stylo vert) par écrit à l'expéditeur qui lui répondra par écrit. C'est toujours la maîtresse qui fait le facteur.

QUESTIONS	REPONSES :
1)	1)
2)	2)

## les figures téléphonées

## les films

Document 3

Films et programmes de construction



Trace un cercle de centre O.



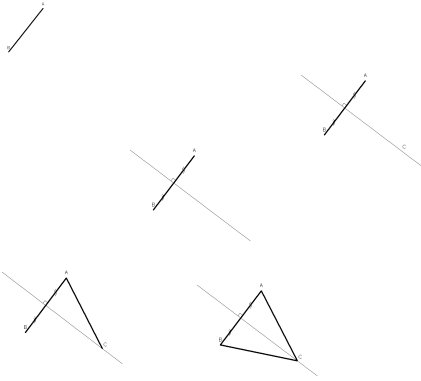
Trace un point E sur le cercle. Trace le rayon



Trace le rayon [OE] qui est



Relie les points E et F pour former le triangle rectangle DEF.



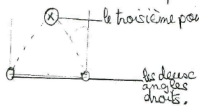
- A Trace le segment [AC]
- B Trace la droite d, qui est perpendiculaire à [AB] et qui passe par le point O
- C Trace le segment [AB] de 8 cm
- D Trace le segment [BC]
- E Marque le point O milieu de [AB]
- F Sur la droite d, marque le point C pour que OC=7cm

\* Situations de synthèses et problèmes **ouverts**

- Est-il possible de construire un triangle avec 1 angle droit?
- Est-il possible de construire un triangle avec 2 angles droits ?
- Est-il possible de construire un quadrilatère avec deux angles droits ?
- Est-il possible de construire un quadrilatère avec trois angles droits ?

Triangle à 2 angles droits?

Non, parce que si on ne peut pas rejoindre le troisième point.



les deux angles droits.

Non, il ne peut pas y avoir un triangle à 2 angles droits car le triangle a trois côtés qui se rejoignent mais on fait 2 angles droits dans un côté, ce qui est impossible.

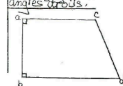


Existe-t-il un triangle qui a 2 angles droits? Non car si j'ai 2 angles droits, j'aurai plus de 3 côtés. Donc ce sera pas un triangle parce qu'un triangle doit avoir 3 côtés.

Un triangle:

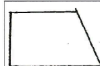
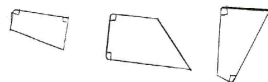


Une figure à 2 angles droits:



Quadrilatère à 2 angles droits?

Existe-t-il un quadrilatère à deux angles droits? Oui tant qu'il a deux autres côtés car un quadrilatère a 4 côtés.

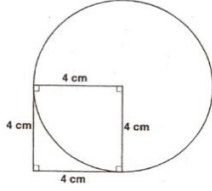


Oui, ça existe, il suffit juste de faire un triangle pas droit.

- \* La lecture et l'écriture de textes géométriques (particulièrement de description de figures et de programmes de construction) nécessitent la compréhension de règles spécifiques liées à ce type particulier d'écrit.

\*

Ecris un texte pour permettre à quelqu'un qui ne voit pas la figure de la tracer en respectant les dimensions indiquées.



### n Première production d'élève:

D'abord trace un cercle de  $8\text{ cm}$  en longueur et  $8\text{ cm}$  en hauteur, muni par le centre  $O$ . Ensuite trace dans le cercle un carré commençant par le centre  $O$  en allant vers le côté gauche du carré fait le carré sur tous ses côtés.

### n Deuxième production d'élève:

Il faut faire un rond avec un compas. Il va falloir faire un carré de  $4\text{ cm}$  de côté. Il faut le construire avec une règle et une équerre. Le carré doit dépasser du rond les quatre côtés. Les côtés doivent être égaux et le rond passe dans le carré. Le carré commence au centre du rond.

## Lexique : comment structurer ? réactiver ?

### Le lexique en géométrie

- \* cartes heuristiques
- \* mots clés
- \* dictionnaires - boîtes à mots
- \* des verbes d'action employés pour les consignes écrites et orales
- \* des mots ayant une signification mathématique précise parfois différente de celle d'un usage courant
- \* des locutions fréquemment utilisées en mathématiques et de compréhension délicate
- \* ...

**Le Cercle**  
 - centre  
 - rayon  
 - diamètre  
 - corde

**Segments**  
 - milieu  
 - égaux (même longueur)

**droites et segments**  
 - perpendiculaires  
 - parallèles  
 - sécantes

**triangles**  
 - 3 sommets  
 - 3 côtés  
 - triangle rectangle (1 angle droit)  
 - isocèle (2 côtés égaux)  
 - équilatéral (3 côtés égaux)  
 - triangle quelconque  
 - hauteur relative à A, B ou C (issue de A, B ou C)

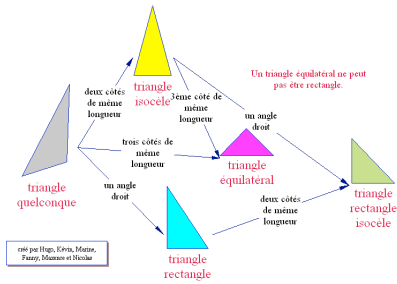
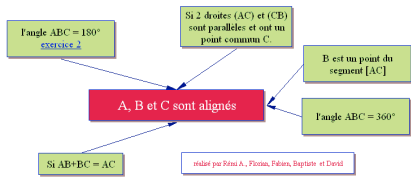
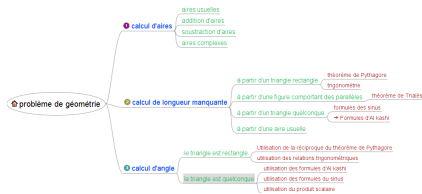
**Polygones**  
 - quadrilatères (4 côtés)  
 - Pentagone (5 côtés)  
 - hexagone (6 côtés)  
 - octogone (8 côtés)

**quadrilatères**  
 - rectangle: 2 côtés égaux 2 à 2, un angle droit  
 - carré: 4 côtés égaux, côtés égaux 2 à 2, angle droit  
 - trapèze: 2 côtés égaux 2 à 2  
 - losange: 4 côtés égaux  
 - diagonales: segments qui relient les sommets opposés  
 - médianes: segment qui relient les milieux de côtés opposés

**angles**  
 - droit  
 - aigu  
 - obtus

**figures**  
 - axes de symétrie





3 Complète les phrases suivantes en utilisant les mots *sommet*, *côté*, *face*, *cône*, *pyramide* et en les accordant correctement dans la phrase.

- En début d'après-midi, l'alpiniste atteint le \_\_\_\_\_ de la montagne.
- Se couvrant de ridicule, il perdit la \_\_\_\_\_.
- Vu d'avion, le volcan était magnifique : il avait la forme d'un \_\_\_\_\_.
- Avec beaucoup de courage, il faisait \_\_\_\_\_ à la maladie.
- Dans sa précipitation, le footballeur mit le ballon à \_\_\_\_\_.
- Il faisait très chaud, Florian prit un \_\_\_\_\_ de glace.
- Lors de son voyage en Egypte, Yannis alla visiter les \_\_\_\_\_.
- En roucoulant, les pigeons arrivaient de tous les \_\_\_\_\_ pour se précipiter sur les graines.

\* réfléchir à la construction des mots.

3 Trouve, parmi les mots suivants, ceux qui expriment une quantité égale à dix : *décalitre*, *décade*, *décaféiné*, *décapage*, *décagone*, *décalque*, *décathlon*.

\* réfléchir à l'origine des mots

- Le mot **losange** provient de l'ancien français **losange**, **louange**. Les armoiries destinées à rappeler les hauts faits des seigneurs féodaux et à faire leur louange étaient jadis encadrées dans un rhombe figure qu'on nomme aujourd'hui losange).

- Le mot **compas** provient du latin **compassare** qui signifie: **mesurer avec le pas**.

- Le mot **cercle** provient du latin **circulus**, diminutif de **circus** qui signifie **cirque**.

- Le mot **centre** provient du latin **centrum**, du grec **kentron** qui signifie **aiguillon, pointe**.

- Le mot **trapèze** provient du grec **trapeza** qui signifie **table**.

# ressources

- Ermel, Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, *livre du maître, fichier photocopiable, valise matériel*, Hatier, 2006
- Travaux géométriques, apprendre à résoudre des problèmes, cycle 3, CRDP Nord -pas de Calais, 2000
- L'apprentissage de l'abstraction, Britt-Mari Barth, Retz
- Revue « Grand N », IREM de Grenoble
- \* Évaluation à l'école, aide personnalisée, évaluation CM2, 2007
- \* Instruments géométriques à l'école élémentaire, Presse Universitaires de Franche Comté