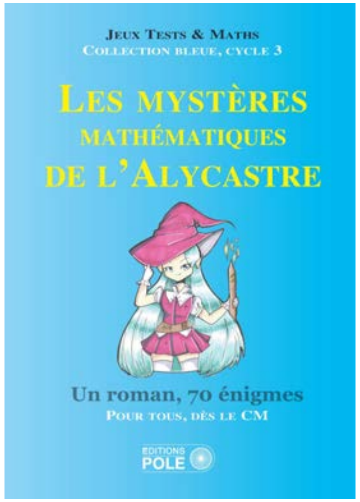
Partenariat POLE avec la Nuit des jeux mathématiques

Les Éditions POLE vous proposent de découvrir les 2 recueils d'énigmes mathématiques suivants :

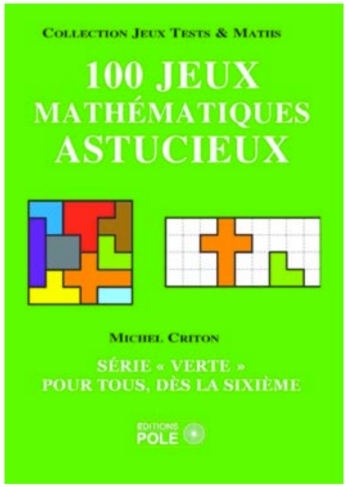


Les mystères mathématiques de l'Alycastre

(niveau CM, extraits – p. 6 à 9 – du chapitre 1 en pages suivantes)

Un roman à énigmes pour élèves du primaire

La jeune Mia et ses deux amis évoluent dans le monde imaginaire de l'Alycastre, où la résolution d'énigmes mathématiques leur permet de progresser. Cette aventure est l'occasion pour les trois héros d'être confrontés à 70 « énigmes bleues », issues du Championnat international des jeux mathématiques et logiques. Ces problèmes astucieux de niveau CM1 ne demandent que peu de connaissances et concernent toutes les facettes des mathématiques : numérique, logique, géométrique. Le scénario, quant à lui, a été imaginé par de jeunes collégiennes. Des solutions complètes sont exposées en fin d'ouvrage, ainsi qu'un index mettant en regard les énoncés et points des programmes de CM.



100 jeux mathématiques astucieux (série verte)

(niveau 6e/5e extraits – p. 14 à 17 – du chapitre 2 à la fin de ce document)

Jouer et progresser en mathématiques

Les 100 problèmes de ce recueil sont issus du Championnat international des jeux mathématiques et logiques. Ils constituent les énigmes « vertes », posées à tous les participants à partir du début de collège jusqu'à la haute compétition. Des solutions complètes sont exposées en fin d'ouvrage. Chaque chapitre est précédé de rappels sur les savoirs et le vocabulaire requis, tandis que des « astuces » et des « coups de pouce » facilitent leur recherche.

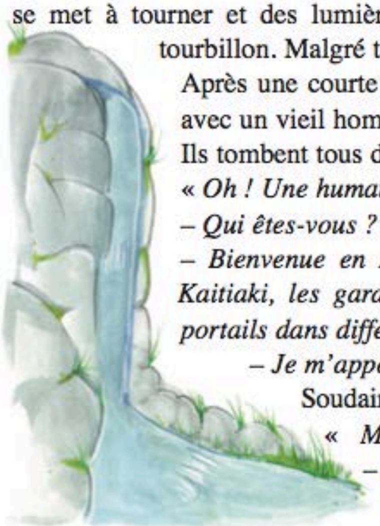
Le présent livre a été élaboré pour être utilisé dans de nombreux contextes :

- dans un cadre familial où le mathématicien en herbe pourra chercher seul ou en famille ;
- dans un cadre scolaire pour un usage dans de nombreuses situations de recherche en classe.

Chapitre 1

Le monde des Erufus

Mia accourt au pied de la cascade, ses cheveux blonds au vent. Elle s'arrête juste au bord et admire l'eau qui brille sous les reflets du soleil. Mia est orpheline depuis ses 6 ans et, une fois par an, le même jour, elle revient au pied de cette immense cascade, l'endroit où ont disparu ses parents. Elle tente chaque année de trouver un indice et, comme chaque année, elle s'apprête à repartir les mains vides. Soudain, elle trébuche sur une pierre, essaie de se rattraper mais tombe la tête la première dans l'eau claire. Elle se laisse flotter sur le dos et se rend compte que, pour la première fois depuis très longtemps, elle se sent bien… Elle reste dans cette position quelques minutes, ou quelques heures, elle ne sait pas, quand soudain l'eau se met à tourner et des lumières de toutes les couleurs jaillissent d'un tourbillon. Malgré tous ses efforts, Mia se fait entraîner.



Après une courte chute, elle se retrouve projetée, nez à nez avec un vieil homme aux longues moustaches blanches.

Ils tombent tous deux par terre et se regardent, abasourdis.

« *Oh ! Une humaine !*

– Qui êtes-vous ? Mais, où suis-je ?

– Bienvenue en Alycastre ! Je suis Hogo, le dernier des Kaitiaki, les gardiens des dimensions. Je peux ouvrir des portails dans différents mondes. Mais toi, qui es-tu ?

– Je m'appelle Mia et… »

Soudain, un jeune garçon arrive en courant vers eux.

« *Maître ! Vous allez bien ? Que s'est-il passé ?*

– Haïko, je te présente Mia, une jeune humaine qui a, je pense, atterri dans notre dimension par erreur.

– Attendez ! Si je comprends bien, j'ai atterri dans une autre dimension, d'accord, mais rassurez-moi, je peux en partir, je peux rentrer chez moi ? »

Hogo et Haïko échangent un regard.

« *Écoute, on peut quitter notre dimension mais c'est très dur…*

– Que dois-je faire ? »

Hogo explique alors à Mia le fonctionnement de la dimension de l'Alycastre.

« *Notre dimension est composée de quatre peuples ayant chacun leur source d'énergie. Pour partir, il te faudra remplir une fiole de chaque source. Ensuite, tu les apporteras au cœur de la dimension contrôlée par Céleste, la gardienne du cœur. Alors, tu obtiendras le pouvoir de traverser les mondes, seule manière de rentrer chez toi.*

– Mais, comment vais-je savoir où aller ?

– Hum… Il te faudrait quelqu'un…

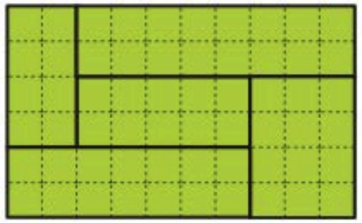
– Je sais ! Moi je peux t'accompagner ! s'exclame Haïko.

– Ce serait génial ! Merci !

– Le premier peuple que nous devons rencontrer est celui des Erufus. Alors, qu'est-ce qu'on attend ? En route ! »

1. Le jardin de Choco

Mia et Haïko quittent Hogo pour rejoindre le monde des Erufus. Ils s'arrêtent devant le jardin de Choco, un ami d'Haïko.
Son jardin comporte cinq parcelles rectangulaires représentées sur la figure. Choco souhaite le réaménager et Mia propose de l'aider.



Choco veut planter soixante fleurs de façon qu'il y ait une fleur, et une seule, dans chaque petit carré.
Chaque parcelle doit contenir des fleurs identiques et les fleurs doivent être différentes d'une parcelle à l'autre.

Le prix d'une duskie est 75 pièces, d'un claron 100 pièces, d'une spiraline 125 pièces, d'un kalido 150 pièces et d'une moradine 175 pièces.

75 pièces 100 pièces 125 pièces 150 pièces 175 pièces

Quel prix, au minimum, Choco doit-il prévoir pour embellir son jardin ?

2. La première épreuve

Choco : « *Merci de votre aide. Mais que faites-vous par ici ?*
– Nous nous rendons à la source d'énergie des Erufus et nous cherchons quelqu'un qui pourrait nous y conduire.
– Ah bon ? Ça tombe bien. Je partais justement chez mon vieil ami Joy, qui, je pense, pourra vous aider… Je vous accompagne ! »
Arrivés chez les Erufus, les trois amis se rendent chez Joy, le banquier. Il est d'accord pour les renseigner, mais il a beaucoup de travail. Mia, Haïko et Choco décident donc de l'aider pour qu'il finisse plus vite.
Joy est ravi mais, avant de leur confier certaines de ses tâches, il souhaite leur faire passer trois épreuves pour tester leur logique.

Joy possède cinq types de sacs : un jaune, un vert, un bleu, un violet et un rouge. Ils sont tous différents les uns des autres, pesant des nombres entiers de kilos, de 1 kilo à 5 kilos.
Avec une balance, Joy explique :

« Le sac jaune et le sac vert, ensemble, sont plus lourds que les trois autres sacs réunis. »

« Le sac vert et le sac bleu, à eux deux, équilibrent le sac rouge seul. »

Quelle est la masse de chaque sac ?

Chapitre 2

Opérations sur les nombres entiers

Rappels

La division euclidienne

Pour deux nombres entiers a et b, effectuer la division euclidienne de a (dividende) par b (diviseur), c'est trouver deux nombres entiers q (quotient) et r (reste) tels que : $a = b \times q + r$ et $r < b$.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline r & q \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \hline 3 & 2 \end{array}$$

Ainsi, sur l'exemple numérique de droite, on écrit $13 = 5 \times 2 + 3$

Multiples et diviseurs

Si le reste de la division euclidienne de a par b est nul ($r = 0$), on dit que a est divisible par b.

On peut le dire de trois façons :

6 est divisible par 3
3 est un diviseur de 6
6 est un multiple de 3.

Les critères de divisibilité

• Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Par exemple, $6 + 7 + 2 = 15$, 15 est un multiple de 3, donc le nombre 672 est divisible par 3.

• Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Rappels

• Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
Par exemple, 672 n'est pas divisible par 9 car $6 + 7 + 2 = 15$ qui n'est pas un multiple de 9, mais 612 est divisible par 9 car $6 + 1 + 2 = 9$.

• Un nombre entier est divisible par 4 si sa moitié est paire.
Par exemple, 100 est divisible par 4 car 50 est pair, mais 10 n'est pas divisible par 4 car 5 est impair.

• Pour reconnaître si un nombre est divisible par 11, on calcule la somme de ses chiffres de rang pair et la somme de ses chiffres de rang impair. Si la différence entre ces deux sommes est égale à un multiple de 11, le nombre testé est divisible par 11, sinon il ne l'est pas.
Par exemple, 18 579 est divisible par 11, car $(1 + 5 + 9) - (8 + 7) = 0$ et 0 est bien un multiple de 11; de même, 8 052 est divisible par 11, car $(8 + 5) - (0 + 2) = 11$; mais 2018 n'est pas divisible par 11, car $(0 + 8) - (2 + 1) = 5$, qui n'est pas multiple de 11.

La preuve par 9

La preuve par 9 est une technique permettant de détecter certaines erreurs de calcul. Mais attention, contrairement à ce que son nom semble indiquer, il ne s'agit pas vraiment d'une preuve, car elle ne détecte pas certains types d'erreurs.

Pour appliquer la preuve par 9, on calcule la somme des chiffres des différents nombres intervenant dans le calcul et on recommence cette opération jusqu'à obtenir un nombre à un seul chiffre, puis on effectue le calcul avec ces sommes et on compare le résultat avec la somme des chiffres du résultat du calcul.

Exemples avec des additions :

• *$659 + 1349 = 2018$.*
$6+5+9 = 20$ et $2+0 = 2$; $1+3+4+9= 17$ et $1+7=8$; $2+8=10$ et $1+0 = 1$.
$2+0+1+8 = 11$ et $1+1 = 2$.
Les deux résultats étant différents, on en déduit que l'addition est fausse.

• *$660 + 1349 = 2018$.*
Dans ce cas, on obtient le même résultat. Pourtant l'addition est fausse, mais la preuve par 9 ne détecte pas l'erreur car la différence entre la vraie somme et 2018 vaut précisément 9 !

15. Somme des chiffres √

La somme des chiffres d'un nombre à deux chiffres vaut 6. Si l'on ajoute 18 à ce nombre à deux chiffres, on obtient le même nombre écrit dans l'ordre inverse.

Quel est ce nombre ?

16. Le nombre mystérieux √√

Si vous multipliez un nombre N à deux chiffres par la somme de ses chiffres, vous obtenez 826. Si vous multipliez le nombre obtenu en inversant les chiffres de N par la somme de ses chiffres, vous obtenez 1330.

Quel était le nombre initial ?

17. Les deux restes √

T***rouvez le plus petit nombre*** qui donne un reste égal à 5 quand on le divise par 6 et qui donne un reste égal à 8 quand on le divise par 9.

$$\begin{array}{r|l} ? & \underline{\;6\;\;\;} \\ 5 & \;.... \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} ? & \underline{\;9\;\;\;} \\ 8 & \;.... \end{array}$$

18. Un nombre de 15 chiffres √√

Q***uel est le plus grand nombre de 15 chiffres*** se terminant par 2015 et dont la somme des chiffres est égale à 5×15 ?